

## METHODOLOGY OF SELECTION OF VIBRATION ISOLATORS OPTIMUM CHARACTERISTICS FOR FASTENING ADDITIONAL EQUIPMENT IN VEHICLES

Wacław Borkowski, Zdzisław Hryciów

Military University of Technology  
Faculty of Mechanical Engineering  
Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Poland  
tel.: +48 22 6839531, 6839739, fax: +48 22 6837370, 6837382  
e-mail: w.borkowski@wme.wat.edu.pl, zhryciow@wat.edu.pl

### Abstract

*In the paper chosen questions relating to selection of rubber-metal vibration isolators, which are using to fastening additional equipment in vehicles are described. The problems connecting to selection of favourable solutions are introduced, particularly from comfort of drive point of view. In the paper the questions of vibration isolator's selection with optimum characteristic the special attention are dedicated. The possible to use method of optimization of spring and damping characteristic this type of elements is introduced. The object of investigations, its physical model and mathematical model is described. The task of optimization is formulated in frames which the criterion of optimization and objective function is passed, the set of design variables is specified as well as limitations put on these variables. The method of determinate the characteristic of elastic elements was passed as well as the general algorithm of program. In the paper the examples results of simulating investigations are put – the accelerations of vehicle and additional plate, the goal function and appointed optimum characteristic. Discrete model of vehicle, the influence of design variables on characteristic shape, the algorithm of program, the goal function, the optimal spring characteristic, vertical acceleration of vehicle body and additional plate are presented in the paper.*

**Keywords:** transport, vehicles, suspension, modelling, optimization

## METODYKA DOBORU OPTYMALNYCH CHARAKTERYSTYK WIBROIZOLATORÓW DO MOCOWANIA WYPOSAŻENIA DODATKOWEGO W POJAZDACH

### Streszczenie

*W pracy opisano wybrane zagadnienia dotyczące doboru wibroizolatorów gumowo-metalowych, służących do mocowania wyposażenia dodatkowego w pojazdach. Przedstawiono problemy związane z wyborem korzystnych rozwiązań z punktu poprawy komfortu jazdy. W pracy szczególną uwagę poświęcono zagadnieniom doboru wibroizolatorów o optymalnych charakterystykach. Przedstawiono możliwą do zastosowania metodę optymalizacji charakterystyk sprężysto-tłumiących tego typu elementów. Opisano obiekt badań, jego model fizyczny oraz model matematyczny. Sformułowano zadanie optymalizacji, w ramach którego podano kryteria optymalizacji, funkcję celu, sprecyzowano zbiór zmiennych decyzyjnych oraz podano ograniczenia nałożone na te zmienne. Podano także metodę wyznaczania charakterystyk elementów sprężystych oraz przedstawiono ogólny algorytm programu komputerowego. W pracy zamieszczono przykładowe wyniki badań symulacyjnych – przebiegi przyspieszeń nadwozia samochodu oraz dodatkowej płyty, funkcję celu oraz wyznaczoną charakterystykę optymalną. Model dyskretny pojazdu, wpływ zmiennych decyzyjnych na kształt charakterystyki, algorytm programu, funkcja celu, optymalna charakterystyka sprężystości, przyspieszenia pionowe nadwozia i dodatkowej płyty, model dyskretny pojazdu, wpływ zmiennych decyzyjnych na kształt charakterystyki są przedstawione w artykule.*

**Słowa kluczowe:** transport, pojazdy, zawieszenie, modelowanie, optymalizacja

## 1. Wstęp

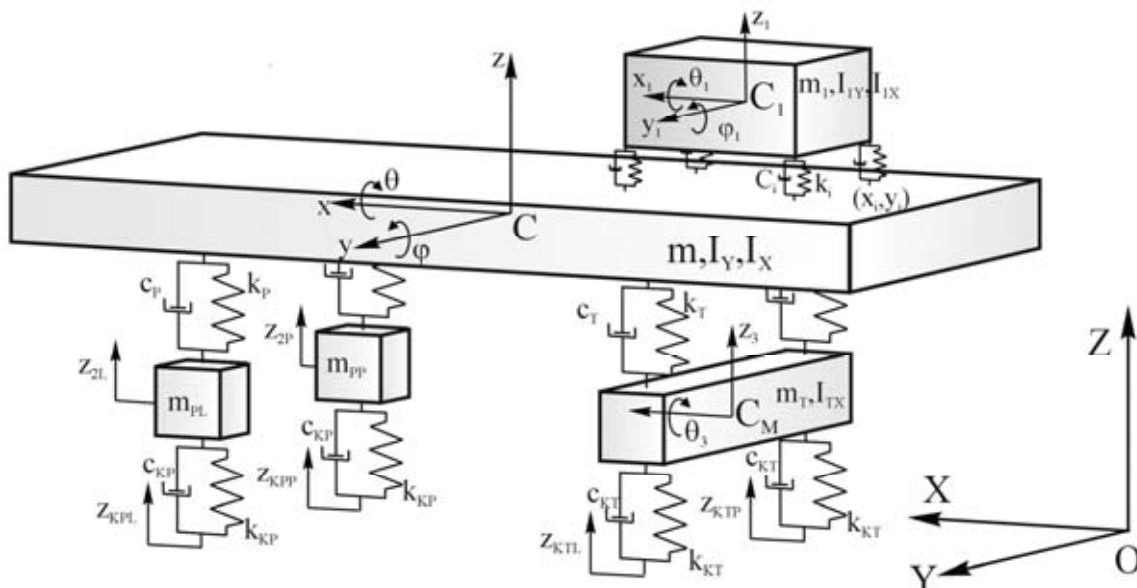
Jednym z wielu wyzwań intensywnie rozwijającej się techniki jest problematyka redukcji drgań i hałasu maszyn oraz pojazdów mechanicznych. Do podstawowych źródeł drgań w pojazdach należy zaliczyć drgania układu napędowego, a także wymuszenia pochodzące od nierówności drogi. Głównymi urządzeniami chroniącymi samochód oraz znajdujące się w nim wyposażenie i pasażerów przed dynamicznym wpływem nierówności drogi i ograniczającym drgania do akceptowalnego poziomu są ogumione koła i zawieszenie. Nierówności drogi oraz wywołane przez nie drgania nadwozia prowadzą z reguły do pogorszenia wszystkich wskaźników eksploatacyjno-technicznych samochodu i znajdującego się w nim wyposażenia.

Niekiedy, w pojazdach mechanicznych zabudowywane są dodatkowe urządzenia i wyposażenie specjalne, cechujące się dużym stopniem skomplikowania, złożoną budową oraz wysoką ceną. Dlatego też w wielu przypadkach zachodzi konieczność zastosowania dodatkowego układu izolacji drgań. W zawieszeniach elementów dodatkowych w pojazdach, często elementami służącymi do mocowania i wibroizolacji są elementy metalowo-elastomerowe. Materiałem sprężystym jest w tego typu elementach guma lub polimery syntetyczne. Ze względu na cechy tych materiałów (nieliniowa sprężystość, własności tłumiące) a także łatwość formowania skomplikowanych kształtów geometrycznych, można w dość szerokim zakresie kształtować ich charakterystyki. Z tych względów mogą tego typu elementy stanowić alternatywę wobec metalowych elementów sprężystych. Niestety właściwy dobór takich elementów oferowanych na rynku jest utrudniony, ze względu na brak w ofercie handlowej ich charakterystyk sprężysto-tłumiących, szczególnie charakterystyk dynamicznych. Z tego też względu w pracy zaprezentowano metodę wyznaczenia, dla przyjętych warunków, optymalnej charakterystyki łączników elastycznych.

## 2. Zadanie optymalizacji

### 2.1. Model pojazdu

Do wyznaczenia optymalnej charakterystyki łączników elastycznych posłużono się metodą symulacji numerycznej. Z tego też względu niezbędne było opracowanie modelu pojazdu wraz z dodatkowym układem izolacji drgań. Schemat opracowanego modelu dyskretnego samochodu przedstawiony jest na rys. 1.



Rys. 1. Model dyskretny pojazdu  
Fig. 1. Discrete model of vehicle

W modelu wyróżnia się bryły sztywne kół przednich oraz mostu tylnego z kołami podpartymi na elementach sprężysto – tłumiących modelujących ogumienie, bryłę sztywną nadwozia podpartą względem kół przednich i mostu tylnego na elementach sprężysto – tłumiących odwzorowujących resory i amortyzatory oraz bryłę sztywną płyty dodatkowej podpartej względem kadłuba na elementach sprężysto – tłumiących odwzorowujących elastyczne łączniki.

Bryle nadwozia oraz bryle płyty przypisuje się po trzy stopnie swobody (przemieszczenie pionowe oraz przemieszczenie kątowe względem osi podłużnej i poprzecznej pojazdu). Bryły kół przednich posiadają po jednym stopniu swobody, natomiast bryła mostu tylnego dwa stopnie swobody. Łącznie model posiada 10 stopni swobody. W pracy przyjęto, że płyta dodatkowa stanowi bryłę sztywną posadowioną przy użyciu elastycznych łączników w nadwoziu pojazdu. Liczbę elementów podatnych i ich rozmieszczenie względem płyty można zmieniać.

Opracowano dwa modele pojazdu – liniowy i nieliniowy. Model liniowy przeznaczony jest do analizy podstawowych właściwości dynamicznych obiektu badań. Model nieliniowy służy do symulacji ruchu samochodu oraz stanowi podstawę do doboru charakterystyk łączników elastycznych. Szczegółowy opis zastosowanych modeli pojazdu jak również zastosowanego wymuszenia przedstawiono w pracy [1]. W pracy tej zaprezentowano ponadto uproszczoną metodę optymalizacji charakterystyk opartą o jedno kryterium oraz jeden typ wymuszenia.

## 2.2. Charakterystyki łączników elastycznych

Na potrzeby tej pracy przyjęto degresywno-progresywny przebieg charakterystyki sprężystości. Tego typu charakterystyka cechuje się kilkoma korzystnymi cechami. W przypadku ugięcia statycznego przypadającego na punkt przegięcia charakterystyki, uzyskuje się małą sztywność w otoczeniu tego punktu, co w wyniku pozwala ograniczyć przyspieszenia elementu drgającego. Dla większych ugięć następuje szybki wzrost siły, co w skuteczny sposób ogranicza dalsze ugięcie. Zakłada się, że charakterystyki sprężystości łączników dodatkowej płyty z nadwoziem mogą być opisane za pomocą podanego poniżej wielomianu (1):

$$P(u) = k_1 \cdot u + B_1 \cdot u^{w_1} + B_2 \cdot u^{w_2} + B_3 \cdot u^{w_3}, \quad (1)$$

gdzie:

$P(u)$  – siła w elemencie sprężystym,

$u$  – ugięcie elementu sprężystego,

$w_i$  – wykładniki wielomianu losowo wybrane z zadanego przedziału,

$k_1$  – sztywność dla zerowego ugięcia ( $k_1 = \frac{\partial P}{\partial u}(0)$ ).

Sposób wyznaczania charakterystyki sprężystości dla poszczególnych wartości przyjętych zmiennych decyzyjnych i warunków ograniczających zaprezentowano w pracy [1].

W odróżnieniu od metalowych elementów sprężystych, w których występujące tłumienie jest pomijalnie małe, wibroizolatory gumowe charakteryzują się ścisłym związkiem ich charakterystyki sprężystości i charakterystyki tłumienia. W pracy przyjęto zależność [3], [4]:

$$c = \Psi \cdot \frac{k}{2 \cdot \pi \cdot \omega}, \quad (2)$$

gdzie:

$\Psi$  - tłumienie względne (dla gumy przyjmuje wartości w przedziale 0,3 – 0,7),

$k$  - współczynnik sztywności [N/m],

$\omega$  - częstość wymuszenia [rad/s].

### 2.3. Sformułowaniu zadania optymalizacji

Ze względu na złożoność problemu doboru optymalnych charakterystyk łączników elastycznych, a przede wszystkim dużą liczbę zmiennych decyzyjnych mających wpływ na przyjętą funkcję celu, postanowiono podzielić całe zadanie na zadania cząstkowe. W pierwszym kroku wyznaczono wartości cząstkowych funkcji celu  $Q_i$  dla ustalonych parametrów wymuszenia i prędkości jazdy, a następnie na ich podstawie obliczono ważoną funkcję celu i wybrano odpowiadającą jej charakterystykę łącznika elastycznego.

W pracy przyjęto, że w zdecydowanej większości pojazdy samochodowe poruszają się po nawierzchniach, których profil można traktować jako zmienną losową. Dlatego też ten typ wymuszenia stanowił podstawę doboru charakterystyk.

#### Kryteria optymalizacji

W niniejszej pracy przyjęto dwa wzajemnie sprzeczne kryteria optymalizacji. Jednym z nich jest wartość skuteczna przyspieszeń pionowych płyty dodatkowej, na podstawie której można ocenić komfort przewożonych osób:

$$K_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ddot{z}_{1-i}^2}, \quad (3)$$

gdzie:

- $\ddot{z}_{1-i}$  – chwilowa wartość przyspieszenia pionowego płyty [ $m/s^2$ ],
- $n$  – liczba próbek.

Jako drugie kryterium przyjęto odchylenie standardowe różnicy przemieszczeń pionowych środka masy płyty dodatkowej względem przemieszczeń pionowych odpowiadającego mu punktu nadwozia pojazdu (ugięcia środka płyty względem nadwozia) [2]:

$$K_2 = \sigma_u, \quad (4)$$

gdzie:

- $\sigma_u$  – odchylenie standardowe przemieszczenia środka masy płyty  $u(t)$  względem nadwozia.

#### Zbiór zmiennych decyzyjnych

Wartość funkcji celu zależy od wielu zmiennych. Oprócz wielkości definiujących model pojazdu (które potraktowano jako niezmiennie), wpływ na nią mają zmienne decydujące o kształcie charakterystyki sprężystości elementów służących do zamocowania dodatkowej płyty, a także zmienne określające warunki ruchu. Zmienne podzielono na takie, które mają jedynie wpływ na kształt charakterystyki oraz takie, które decydują o warunkach ruchu pojazdu. Pierwsza grupa tworzy wektor zmiennych decyzyjnych  $\mathbf{x}^k = [x_1; x_2; x_3; w_1; w_2; w_3]$ . Pozostałe zmienne określają jedynie rodzaj nawierzchni oraz prędkość jazdy. W dalszej części pracy będą one traktowane jako parametry i zmieniane będą w poszczególnych zadaniach cząstkowych.

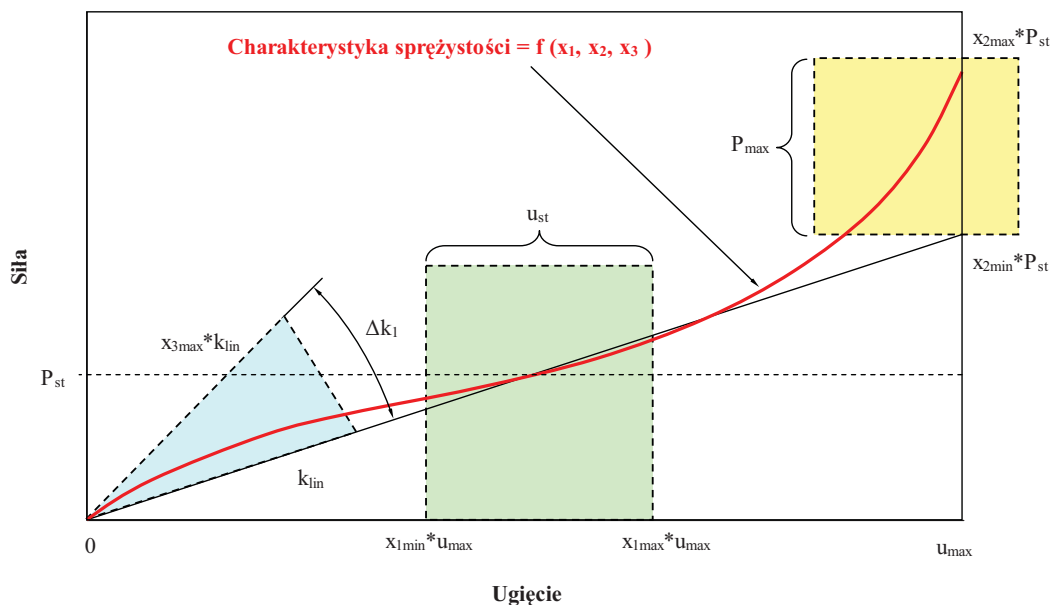
Poszczególne składniki wektora  $\mathbf{x}^k$  mają wpływ na (rys. 2):

- $x_1$  – położenie punktu ugięcia statycznego  $u_{st}$  względem ugięcia maksymalnego,
- $x_2$  – wartość maksymalnej siły  $P_{max}$  przy maksymalnym ugięciu w stosunku do siły statycznej,
- $x_3$  – wartość sztywności przy zerowym ugięciu  $k_1$  w stosunku do sztywności dla elementu o charakterystyce liniowej,
- $w_1, w_2, w_3$  – współczynniki wielomianu na kształt charakterystyki.

Dobór charakterystyki łączników elastycznych zalicza się do zadania optymalizacji z ograniczeniami, ponieważ poszczególne wielkości nie mogą przyjmować dowolnych wartości ze

zbioru liczb rzeczywistych. Dlatego też, przed przystąpieniem do rozwiązania konkretnego zadania, zachodzi konieczność określenia ograniczeń poszczególnych zmiennych.

Zmienne  $w_i$  dobierane są losowo z przedziału  $\langle 2, 20 \rangle$ . Przedział możliwych wartości wykładników został ograniczony od góry do 20 na podstawie przeprowadzonych testów numerycznych. Jeżeli z zadanego przedziału nie można wylosować trójki wykładników, tak aby spełniony był przy pozostałych zmiennych progresywno-degresywny kształt charakterystyki, to dalsze zwiększanie wykładników nie poprawia sytuacji. Na podstawie badań można stwierdzić, że w większości przypadków wykładniki były losowane z przedziału  $\langle 2, 10 \rangle$ .



Rys. 2. Wpływ zmiennych decyzyjnych na kształt charakterystyki  
Fig. 2. The influence of design variables on characteristic shape

### Funkcja celu

Na podstawie przyjętych kryteriów optymalizacji zdefiniowano cząstkową funkcję celu postaci:

$$Q_i(K) = \frac{K_1}{g_1} + \frac{K_2}{g_2}, \quad (5)$$

gdzie:

$K_1, K_2$  – kryteria optymalizacji,  
 $g_1, g_2$  – współczynniki skali.

Ostatecznie, dla każdej charakterystyki sprężystości, obliczana jest ważona funkcja celu. Jest ona tworzona jako suma ważona poszczególnych cząstkowych funkcji celu  $Q_i$  [5]:

$$Q(Q_i) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot Q_i, \quad (6)$$

gdzie:

$Q_i$  – cząstkowa funkcja celu,  
 $w_i$  – współczynnik wagi.

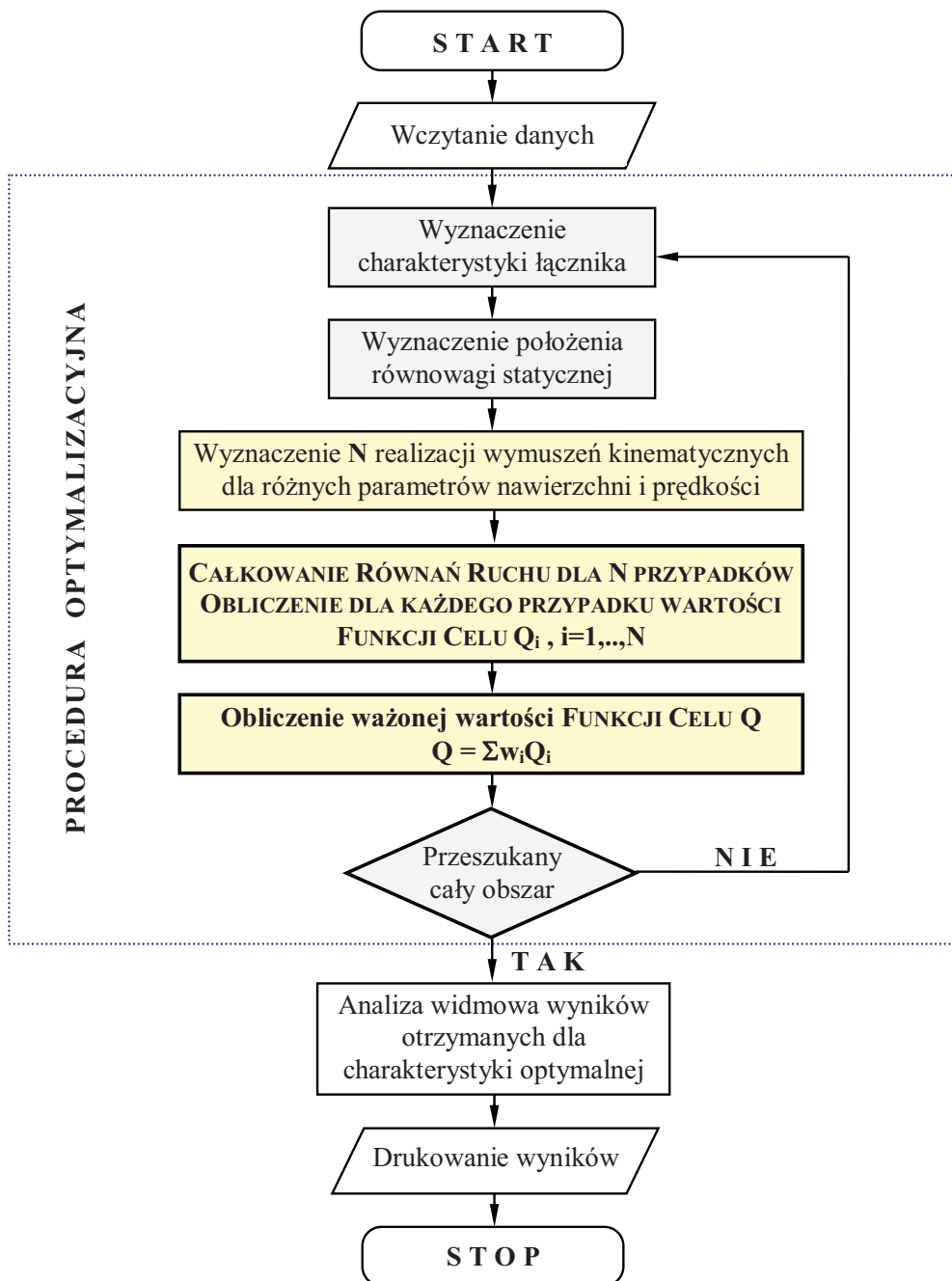
Wartości współczynników  $w_i$  ustalane są przed przystąpieniem do rozwiązywania zadania, a ich suma równa się jedności. W zdecydowanej większości zadań powinny być one ustalane na podstawie przewidywanego przeznaczenia pojazdu (najbardziej prawdopodobnych warunków ruchu – rodzaju nawierzchni i prędkości).

## 2.4. Ogólny algorytm programu

Do analizy drgań samochodu opracowano z wykorzystaniem oprogramowania MATLAB program komputerowy. Ogólny algorytm programu przedstawiony jest na rys. 3.

Program ten umożliwia:

- wyznaczenie częstości i postaci drgań własnych,
  - wyznaczenie przebiegów czasowych przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń uogólnionych dla różnych typów wymuszeń,
  - analizę widmową otrzymanych przebiegów przyspieszeń,
- dobór optymalnej charakterystyki łączników płyty nośnej z nadwoziem, dla zadanego obszaru zmiennych decyzyjnych.



Rys. 3. Algorytm programu  
Fig. 3. The algorithm of program

### 3. Badania numeryczne

#### 3.1. Zakres badań

Zasadniczym celem badań modelowych było sprawdzenie możliwości wyznaczenia optymalnej, ze względu na przyjętą funkcję celu, charakterystyki sprężysto-tłumiącej łączników elastycznych. Badania modelowe przeprowadzono dla zestawu danych odpowiadających pojazdowi Polonez Truck z zamontowanym dodatkowym układem izolacji drgań (dodatkowa masa połączona z nadwoziem przy użyciu czterech łączników elastycznych). Charakterystykę optymalną wyznaczono dla obciążenia odpowiadającego masie 300 kg. W trakcie badań modelowych nie zmieniano rozmieszczenia łączników. Dla każdej wyznaczanej charakterystyki, obliczano wartość funkcji celu jako sumę ważoną cząstkowych funkcji celu określanych dla poszczególnych wymuszeń. Jako wymuszenia przyjęto trzy rodzaje nawierzchni: drogę asfaltową, brukowaną oraz drogę nieutwardzoną – wszystkie w średnim stanie nawierzchni (wg. opisu [6]). Przyjęte do obliczeń wartości prędkości wynosiły odpowiednio: 90 km/h dla drogi asfaltowej, 40 km/h dla drogi brukowanej oraz 20 km/h dla drogi nieutwardzonej.

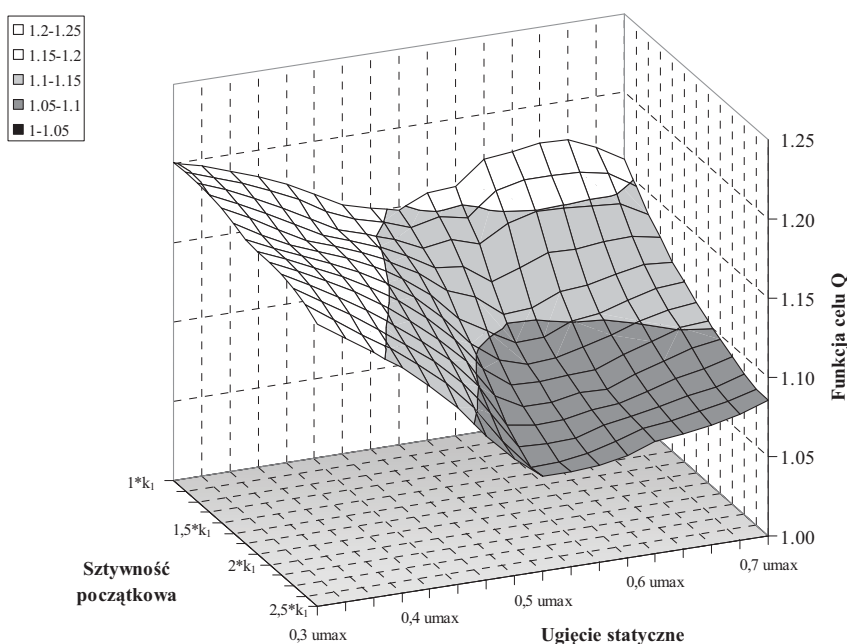
W celu obliczenia wartości ważonej funkcji celu  $Q$ , konieczne było przyjęcie wartości współczynników wag dla poszczególnych nawierzchni. Określono je na podstawie założonych warunków eksploatacji pojazdu – przede wszystkim jazda w terenie zabudowanym i poza nim po drogach utwardzonych, możliwa jednak konieczność poruszania się po drogach nieutwardzonych. Stąd przyjęto następujące współczynniki wag: 0,5 dla drogi asfaltowej, 0,3 dla drogi brukowanej oraz 0,2 dla drogi nieutwardzonej.

W celu wyznaczenia optymalnej charakterystyki łączników elastycznych, przeprowadzono obliczenia dla całego założonego obszaru zmiennych decyzyjnych wykorzystując metodę systematycznego przeszukiwania. Założono następujące zakresy zmian zmiennych decyzyjnych:

- $x_1 = 0,3 \div 0,7$  (wpływ na punkt ugięcia statycznego),
- $x_2 = 1 \div 1,5$  (wpływ na wartość maksymalnej siły),
- $x_3 = 1 \div 2,5$  (wpływ na sztywność w punkcie początkowym).

Ponadto założono maksymalne ugięcie elementu sprężystego  $u_{\max} = 50$  mm.

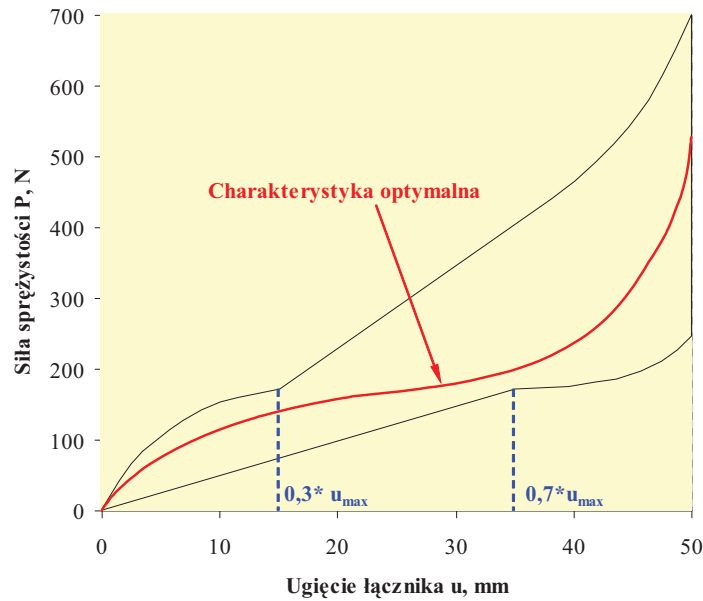
#### 3.2. Wyniki obliczeń



Rys. 4. Funkcja celu  
Fig. 4. The goal function

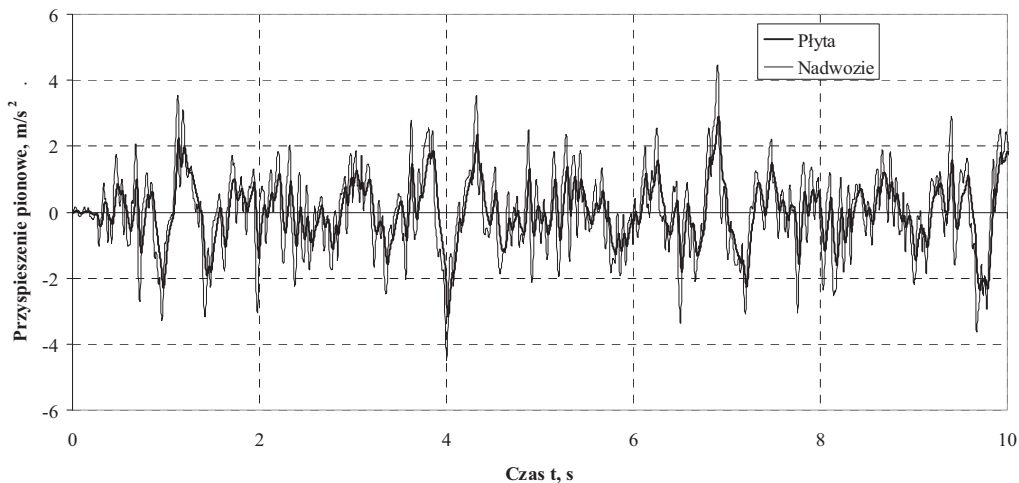
W wyniku przeprowadzonych badań symulacyjnych wyznaczono wartości funkcji celu dla całego obszaru zmiennych decyzyjnych. Na rys. 4. przedstawiono zmiany wartości funkcji celu w zależności od zmiennych decydujących o sztywności początkowej i położeniu punktu ugięcia statycznego.

Na rys. 5. przedstawiono charakterystykę optymalną otrzymaną w wyniku przeszukania całego obszaru zmiennych decyzyjnych dla założonych warunków ruchu i współczynników wagowych. Odpowiada ona następującym wartościom zmiennych:  $x_1 = 0,5$ ,  $x_2 = 1,5$ ,  $x_3 = 2,375$ . Dodatkowo na rysunku tym przedstawiono obszar, w którym znajdowały się wszystkie kolejno wyznaczone charakterystyki sprężystości.



Rys. 5. Optymalna charakterystyka sprężystości  
Fig. 5. The optimal spring characteristic

Na rys. 6. przedstawiono przebiegi przyspieszeń pionowych środka masy płyty i odpowiadającego mu punktu nadwozia, otrzymanych w wyniku symulacji ruchu pojazdu po nawierzchni brukowanej z prędkością 40 km/h. Na przebiegu tym można zauważyć zmniejszenie wartości maksymalnych spowodowane zastosowaniem dodatkowego układu wibroizolacji. Wartość skuteczna przyspieszeń płyty jest mniejsza od wartości skutecznej przyspieszeń nadwozia o około 25%.



Rys. 6. Przyspieszenia pionowe nadwozia i dodatkowej płyty  
Fig. 6. Vertical acceleration of vehicle body and additional plate



#### **4. Podsumowanie**

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania optymalnej charakterystyki sprężysto-tłumiącej elementów elastycznych służących do zamocowania i wibroizolacji wyposażenia dodatkowego pojazdów. Do rozważań przyjęto progresywno-degresywny kształt charakterystyki. Na podstawie zmiennych mających wpływ na kształt charakterystyki, określono zbiór zmiennych decyzyjnych, opisano zakres ich możliwych zmian, a następnie sformułowano cząstkowe kryteria oceny oraz funkcję celu. Do rozwiązania zadania wybrano metodę systematycznego przeszukiwania. Ze względu na konieczność uwzględnienia nieliniowych charakterystyk pojazdu, zdecydowano się posłużyć metodą symulacji ruchu pojazdu. Na podstawie wyników symulacji możliwe jest następnie obliczenie wartości funkcji celu.

Przeprowadzone w niniejszej pracy badania symulacyjne wykazały możliwość kształtowania, przy użyciu opracowanego algorytmu, optymalnej charakterystyki sprężysto-tłumiącej. Dla przyjętych danych wyznaczono optymalną charakterystykę łącznika w kierunku pionowym. Przedstawione w pracy rozważania ograniczono jedynie do drgań pionowych i kątowych względem osi podłużnej i poprzecznej. Należy nadmienić, że podobną metodykę można również zastosować do minimalizacji oddziaływań dynamicznych w kierunku wzdłużnym i poprzecznym. Jest to szczególnie istotne w czasie ruchu nieustalonego (przyspieszanie i hamowanie) jak również ruchu krzywoliniowego.

Należy zaznaczyć, że zaprezentowana w pracy problematyka, może być uogólniona do szerszej grupy zagadnień. Zagadnienia doboru korzystnych charakterystyk sprężystości i tłumienia są szeroko spotykane nie tylko w pojazdach samochodowych, ale również w maszynach roboczych, pojazdach specjalnych, pojazdach szynowych, a także szerokiej grupie maszyn i urządzeń.

#### **Literatura**

- [1] Borkowski, W., Hryciów, Z., *Optymalizacja charakterystyk łączników elastycznych do mocowania elementów wyposażenia dodatkowego pojazdów samochodowych*, Archiwum Motoryzacji Nr 4/2004.
- [2] Kasprzyk, T., Prochowski, L., *Obciążenia dynamiczne zawieszzeń*, WKiŁ, Warszawa, 1990.
- [3] Broniewski, T., Kapko, J., Płaczewski, W., Thomalla, J., *Metody badań i ocena właściwości tworzyw sztucznych*, WNT, Warszawa, 2000.
- [4] Pęklak, M., Radkowski, S., *Gumowe elementy sprężyste*, PWN, Warszawa, 1989.
- [5] Tarnowski, W., *Symulacja i optymalizacja w MATLAB'ie*, Wydawnictwo INTERGRAF, Sopot, 2001.
- [6] Mitsche, M., *Dynamika samochodu*, WKiŁ, Warszawa, 1987.

